

Complément de cours : conditions nécessaires, conditions suffisantes, conditions nécessaires et suffisantes

Valentin Melot — Terminale spé maths A

30 novembre 2020

Principe : un très grand nombre de propriétés mathématiques consistent en l'énoncé d'implications, c'est-à-dire de résultats de la forme « si P , alors Q ».

1 Conditions nécessaires, conditions suffisantes

Soit P et Q deux propositions mathématiques. L'ensemble des phrases suivantes ont le même sens :

- Si P , alors Q
- P implique Q (souvent noté $P \implies Q$)
- Q est impliqué par P (parfois noté $Q \impliedby P$)
- P seulement si Q .
- Q si P
- Q car P
- Il faut que Q soit vraie pour que P soit vraie
- Q est une condition nécessaire pour P
- Il suffit que P soit vraie pour que Q soit vraie
- P est une condition suffisante pour Q

Pour s'en convaincre, on pourra essayer de remplacer P par « j'ai mon permis de conduire » et Q par « j'ai au moins 18 ans ».

2 Conditions nécessaires et suffisantes

Soit P et Q deux propositions mathématiques. L'ensemble des phrases suivantes ont le même sens en mathématiques :

- D'une part si P alors Q ; d'autre part si Q alors P
- P équivaut à Q (souvent noté $P \iff Q$)
- P et Q sont équivalentes
- P si et seulement si Q (ou P ssi Q)
- Il faut et il suffit que P soit vraie pour que Q soit vraie
- P est une condition nécessaire et suffisante pour Q
- Dire P revient à dire Q

Pour s'en convaincre, on pourra essayer de remplacer P par « j'ai mon baccalauréat » et Q par « j'ai eu une moyenne générale supérieure à 10 au baccalauréat ».